# *Soluzioni Giochi di Archimede 2020*

gabo

L'ordine dei quesiti e la risposta corretta sono in riferimento alle prove con codice: TT01 e BB01, non verranno risolti gli altri quesiti dato che prevedono lo stesso metodo risolutivo, solo con una variazione dei valori specifici; la risoluzione è firmata per nostalgia delle firme dei compositori dei problemi che era presente nelle edizioni più vecchie.

## TT01

(1) La risposta corretta è **A**.
Andrea può scegliere di comprare esattamente 3 tipi di capi d'abbigliamento sui 4 possibili, per ricavare il numero di acquisti diversi che Andrea potrà fare, basta calcolare il numero di modi per combinare ogni capo con ogni altro diverso tipo. In particolare, Andrea può acquistare secondo 4 combinazioni tra i tipi di capi d'abbigliamento: C,M,F,P (camice, maglioni, felpe, pantaloni), può combinarli così:
$\{C, M, F\} \mapsto 4 \cdot 5 \cdot 4 = 80$
$\{C, F, P\} \mapsto 4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$
$\{C, M, P\} \mapsto 4 \cdot 5 \cdot 3 = 60$
$\{M, F, P\} \mapsto 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$
Indicando con $T$ il totale, otteniamo: $T = 80 + 48 + 60 + 60 = 248$.
Problema risolto da gabo.

(2) La risposta corretta è la **D**.
Abbiamo che (indicando con $b$ il numero di banconote e $m$ il numero di monete) :

$$\begin{cases} 5b + 2m = 141 \\ 0 \leqslant b \leqslant 40 \\ 0 \leqslant m \leqslant 80 \end{cases}$$

Per ottenere un valore intero di $m$, bisogna che $5b$ sia dispari, quindi che $b$ sia dispari, ma al contempo $141 - 5b > 0 \implies b < 28$, ma dato che $b$ dev'essere dispari abbiamo $0 \leqslant b \leqslant 27$, $b = 2n + 1, n \in \mathbb{N}$. I numeri dispari da 1 a 27 sono 14, quindi ci sono 14 valori di $b$ diversi per cui possiamo ottenere un valore positivo intero di $m$, che corrisponde ai modi di pagare senza resto.
Problema risolto da gabo

(3) La risposta correttà è **A**.
Un triangolo si dice non degenere quando per i suoi lati $a, b, c$ si ha che
$a + b > c,\ a + c > b,\ b + c > a$, in altre parole, quando si verifica la disuguaglianza triangolare. Si possono formare 4 triangoli equilateri (uno per ogni misura data), si possono formare i seguenti triangoli isosceli:
$(2, 2, 3),\ (3, 3, 2),\ (3, 3, 4),\ (3, 3, 5),\ (4, 4, 2),\ (4, 4, 3),\ (4, 4, 5),\ (5, 5, 2),\ (5, 5, 3),\ (5, 5, 4)$,
e infine i 3 triangoli scaleni:
$(2, 3, 4),\ (2, 4, 5),\ (3, 4, 5)$. Si avrà un totale di: $4 + 10 + 3 = 17$ triangoli.
Problema risolto da gabo.

(4) La risposta corretta è **B**.
Rappresentando i casi richiesti in terne di numeri, dove $C$ è la cifra mancante:
$(C, 7, 0),\ (7, C, 0),\ (7, 0, C)$, calcoliamo le combinazioni:
Nella prima terna, la cifra $C$ non potrà essere $0,\ 7$, quindi rimangono altri 8 valori per cui il numero è valido, lo stesso vale per la seconda terna, nella terza bisogna escludere tutti i numeri dispari (e lo 0) perché il numero deve essere pari, quindi si potranno avere 4 cifre $C$ diverse. Infine avremo un totale di 8+8+4=20 numeri pari con cifre tutte diverse tra loro in cui compaiono il 7 e lo 0.
Problema risolto da gabo.

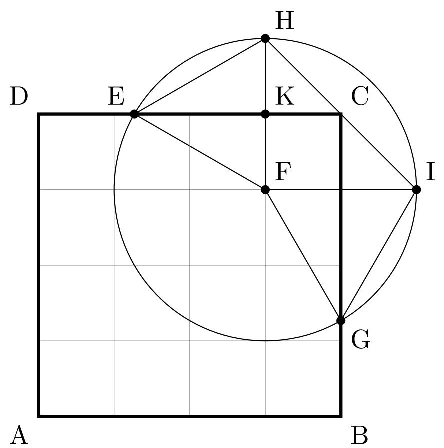
(5) La risposta corretta è **C**.
Fattorizzando otterremo che $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ mentre $24 = 2^3 \cdot 3$ possiamo riscrivere tutto come:
$3^{100} \cdot 2^{200} \cdot 5^{100}$ e $3^n \cdot 2^{3n}$,
il numero intero $n$ massimo sarà il numero per cui $2^{3n} = 2^{200} \implies n = \lfloor 200/3 \rfloor = 66$ (per ogni numero maggiore di 66, si avranno 1 o più fattori di 8 al denominatore).
Problema risolto da gabo.

(6) La risposta corretta è **A**.
Fattorizzando 36 otteniamo che $36 = 2^2 \cdot 3^2$, adesso basta combinare questi fattori per ottenere gruppi di 4 numeri $a, b, c, d \leqslant 6$, questi gruppi sono:
$\{6, 6, 1, 1\} \mapsto \frac{4!}{(2! \times 2!)} = 6$
$\{6, 3, 2, 1\} \mapsto 4! = 24$
$\{4, 3, 3, 1\} \mapsto \frac{4!}{(2!)} = 12$
$\{3, 3, 2, 2\} \mapsto \frac{4!}{(2! \times 2!)} = 6$

La probabilità cercata sarà esattamente:
$P = \frac{6+24+12+6}{6^4} = \frac{48}{1296} = \frac{1}{27}$

Problema risolto da gabo.

(7) La risposta corretta è **D**.




La situazione del problema è quella rappresentata nella figura sovrastante, Francesco si trova nel punto $F$, percorrendo una distanza di 2 metri, finirà in acqua se la direzione che ha scelto è uno dei raggi compresi tra $\overline{EF}$ e $\overline{FG}$, per calcolare la probabilità che ciò accada è sufficiente trovare il rapporto tra l'area del settore circolare descritto dall'angolo $\widehat{EFG}$ e l'area del cerchio di centro $F$ e raggio 2. L'angolo del settore si può determinare calcolando gli angoli $\widehat{EFH}$, $\widehat{HFI}$, $\widehat{GFI}$. L'angolo $\widehat{HFI}$ è retto per costruzione, $\overline{EK} \perp \overline{HF}$ quindi gli angoli $\widehat{EKH}$ e $\widehat{EKF}$ sono congruenti, i triangoli $EKH$ e $EKF$ sono congruenti per il primo criterio, quindi abbiamo $\overline{EF} \cong \overline{FH} \cong \overline{EH}$ per cui il triangolo $EFH$ è equilatero, di conseguenza l'angolo $\widehat{EFH}$ è di 60°. La stessa situazione si ha per il triangolo $GFI$, per cui anche l'angolo $\widehat{GFI}$ è di 60°, quindi per finire, l'angolo $\widehat{EFG}$ è 60°+90°+60°=210°, per trovare la probabilità basta calcolare il rapporto:
$P = \frac{210^\circ}{360^\circ} = \frac{7}{12}$.
Problema risolto da gabo.

(8) La risposta corretta è **C**.
Per riempire mezza vasca, il serbatoio avrà impiegato 12 minuti (dato che ne impiega 24 per riempirne una). Due serbatoi in 24 minuti riempiranno 2 vasche, in 12 minuti ne riempiranno una, e in 6 minuti ne riempieranno mezza. I serbatoi impiegheranno un totale di 12+6=18 minuti a riempire la vasca iniziale.
Problema risolto da gabo.

(9) La risposta corretta è **B**.
Analizzando il tavolo più semplice, composto da sole 3 persone, deduciamo che dev'esserci necessariamente un furfante, e di conseguenza ci saranno 2 cavalieri (perché il numero di furfanti dev'essere minimizzato). Nel tavolo attorno al quale siedono 4 persone, non possono esserci solo cavalieri, ma se ci fosse solo un furfante, i cavalieri alla sua destra e alla sua sinistra necessiterebbero di un cavaliere tra loro, il quale non potrebbe affermare che ciò che dovrebbe secondo il testo, se ci sono 2 furfanti, non ci sono configurazioni valide (se fossero uno accanto all'altro allora l'affermazione da loro pronunciata sarebbe vera, mentre

se fossero opposti nel tavolo i cavalieri starebbero mentendo), con 3 furfanti il cavaliere non potrebbe affermare ciò che si dice nel testo, quindi le persone che siedono al tavolo sono necessariamente 4 furfanti. Nel tavolo da 5 persone, non possono esserci solo cavalieri, quindi c'è almeno un furfante, questo furfante non potrà avere accanto a sé 2 cavalieri, perché altrimenti dovrebbe eserci un terzo cavaliere e a detta sua dovrà esserci un altro furfante, che si collocherà tra 2 cavalieri, uno di loro avrà accanto 2 furfanti, quindi la situazione è impossibile, allora ci sono necessariamente 5 furfanti al tavolo. Nel tavolo da 6 persone, scartiamo, ancora una volta, il caso in cui tutti sono cavalieri, quindi c'è almeno un furfante, se questo furfante avesse accanto 2 cavalieri, ci sarebbero altri 2 cavalieri al tavolo, e tra loro ci sarà un furfante; questa è la configurazione valida con meno furfanti possibili per un tavolo da 6 persone, quindi attorno al tavolo ci saranno 2 furfanti. A questo punto svolgiamo i calcoli necessari per determinare che c'è un numero minimo di $F = 1 \times 9 + 4 \times 8 + 5 \times 5 + 2 \times 10 = 86$ furfanti tra i commensali. Si consiglia di schematizzare la situazione del tavolo passo passo per comprendere al meglio il ragionamento.
Problema risolto da gabo.

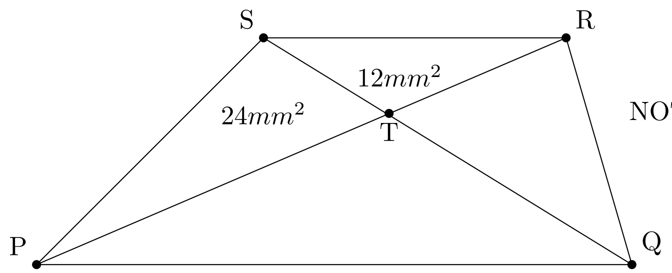
(10) La risposta corretta è **B**.
Dal teorema della bisettrice possiamo derivare i seguenti sistemi:

$$\begin{cases} \frac{\overline{EF}}{\overline{FD}} = \frac{21cm}{13cm} \\ \overline{EF} + \overline{FD} = 17cm \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\overline{CG}}{\overline{GE}} = \frac{13cm}{17cm} \\ \overline{EF} + \overline{FD} = 21cm \end{cases}$$

Una volta risolti i sistemi, troveremo che $\overline{EG} = \frac{119cm}{10} = 11,9cm$ e $\overline{EF} = \frac{21}{2} = 10,5cm$, a questo punto, secondo il teorema dei seni troviamo che $A_{CDE} = 17cm \cdot 21cm \cdot sin(\widehat{CED})$ e $A_{EFG} = \frac{119cm}{10} \cdot \frac{91cm}{10} \cdot sin(\widehat{CED})$, quindi: $\frac{A_{EFG}}{A_{CDE}} = \frac{17cm \cdot 21cm \cdot sin(\widehat{CED})}{\frac{119cm}{10} \cdot \frac{91cm}{10} \cdot sin(\widehat{CED})} = \frac{7}{20}$, da cui ricaviamo che $A_{EFG} = \frac{7}{20} A_{CDE}$.
Problema risolto da gabo.

(11) La risposta corretta è **B**.




NOTA: Questa rappresentazione non è in scala.

Notiamo che i triangoli $PSQ$ e $RPQ$ sono equivalenti, dato che hanno la stessa base e la stessa altezza (è dato che il quadrilatero è un trapezio), per cui notiamo $A_{SPT} + A_{PQT} = 24mm^2 + A_{PQT} = A_{RQT} + A_{PQT} \implies A_{RQT} = A_{SPT} = 24mm^2$. Notiamo inoltre che il triangoli $SPT$ e $RST$ hanno altezza comune, quindi abbiamo che $\overline{RT} \cdot h = 12mm^2$, $\overline{PT} \cdot h = 24mm^2$, allora abbiamo che $\frac{\overline{PT}}{\overline{RT}} = 2 \implies \overline{PT} = 2\overline{RT}$. Dato che i triangoli $RST$ e $PQT$ sono simili per un angolo opposto al vertice e il parallelismo delle basi e sono in un rapporto dimensionale di $1:2$, si conclude che l'area di $PQT$ è quadrupla all'area di $RST$, quindi $A_{RST} = 12mm^2 \times 4 = 48mm^2$; sommando tutte le aree otteniamo che: $A_{PQRS} = A_{PST} + A_{QRT} + A_{RST} + A_{PQT} = (12 + 24 + 24 + 48)mm^2 = 108mm^2$. Problema risolto da gabo.

(12) La risposta corretta è **B**.

Dato il polinomio $P(x) = x^2 - (43 - p)x + 5p$, poniamo l'uguaglianza con 0 per trovare le radici, quindi:

$x^2 - (43 - p)x + 5p = 0$, di conseguenza $x = \frac{43-p\pm\sqrt{p^2-106p+43^2}}{2}$, perché il polinomio abbia radici positive bisogna porre:

$43 - p - \sqrt{p^2 - 106p + 43^2} > 0$

$\sqrt{p^2 - 106p + 43^2} < 43 - p$

$$\begin{cases} 43 - p \geqslant 0 \\ p^2 - 106p + 43^3 < p^2 - 86p + 43^2 \\ p^2 - 106p + 43^2 \geqslant 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \leqslant 43 \\ p > 0 \\ p \leqslant 53 - 8\sqrt{15} \;\; \vee \;\; p \geqslant 53 + 8\sqrt{15} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < p \leqslant 53 - 8\sqrt{15} \end{cases}$$

Abbiamo trovato che $p$ è un numero primo tale che $p \leqslant 53 - 8\sqrt{15}$, $53 - 8\sqrt{15} \approxeq$

22, quindi $0 < p < 22$. Per $p = 19$ si hanno 2 soluzioni intere positive (precisamente $x_1 = 5,\ x_2 = 19$), a questo punto eliminiamo facilmente le opzioni **A** e **D**. Conoscendo le risposte, vediamo che l'unico modo per ottenere 26 è con una somma di 7, che (senza doppioni di $p$) si può ottenere solo con (2+5) oppure (7). Per $p = 2$ non abbiamo soluzioni intere, perché 2 è pari, di conseguenza possiamo solo provare con 7. Per $p = 7$ otteniamo le soluzioni $x_1 = 1,\ x_2 = 35$. A questo punto notiamo che se la somma fosse 31, gli altri valori di potrebbero essere (2+3) o (5), abbiamo visto dai tentativi precedenti che i valori $p = 2 \ \vee\ p = 5$ non restituiscono soluzioni intere, scartiamo anche la risposta **E**. 42-26=16, sarebbero validi valori come $(1 + 3 + 5 + 7)$ e $(11 + 5)$, ma $p = 5$ non soddisfa la richiesta del problema come abbiamo già visto, inoltre abbiamo già ottenuto $p = 7$ come parametro che soddisfa la richiesta del problema, scartiamo la risposta **C**. Infine concludiamo che, dato che c'è una e solo una risposta corretta, questa è la **B**. Alternativamente, se non si conoscevano le opzioni, ponendo $(p-53)^2 - 960 = m^2$ e risolvendo per numeri $p, m\ \in \mathbb{Z}$ si poteva arrivare allo stesso risultato.

Problema risolto da gabo.

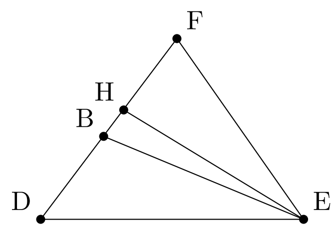
# BB01 UNICI

Saranno riportate solo le soluzioni dei problemi unici al biennio, dato che per alcuni problemi cambiano solo i valori.

(1) La risposta corretta è **B**.
Nel colore di vernice creato da Maria, le masse dei due colori sono direttamente proporzionali, e sono in un rapporto di $1896g_G : 120g_B$, dobbiamo trovare un valore $x$ per cui $2212g_G : x = 1896g_G : 120g_B$. Risolviamo l'equazione: $x = \frac{2212g_G \times 120g_B}{1896g_G} = 140g_B$.
Problema risolto da gabo.

(4) La risposta corretta è **D**.
Troviamo i numeri $79n < 36000$ dividendo tutto per 79: $n < 455,6$, quindi ci sono 455 multipli di 79 da 0 a 36000, troviamo allo stesso modo i multipli di 79 compresi tra 0 e 15000: $79n < 15000 \implies n < 189,8$, quindi ci sono 189 multipli di 79 tra 0 e 15000. Per trovare i multipli compresi in questo in intervallo facciamo la differenza: 455-189=266.
Problema risolto da gabo.

(5) La risposta corretta è **C**.




NOTA: Questa rappresentazione non è in scala.

L'angolo $\widehat{EHB}$ è retto perché formato dall'altezza, lo stesso vale per l'angolo $\widehat{EHF}$, ricaviamo l'angolo $\widehat{EBD}$ sapendo che la somma degli angoli interni di un triangolo è 180°: $180° - \widehat{EDH} - \widehat{BED}$ = 180° - 53° - 28° = 99°, a questo punto l'angolo $\widehat{EBH}$ è adiacente a $\widehat{EBD}$, quindi $\widehat{EBH}$ = 180° - 99° = 81°. L'angolo $\widehat{BEH}$ si può ricavare allo stesso modo di $\widehat{EBD}$: $\widehat{BEH}$ = 180° - 99° - 90° = 9°.
Problema risolto da gabo.

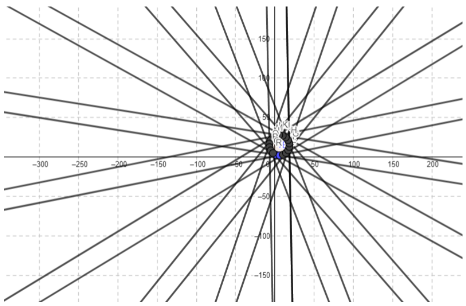
(7) La risposta corretta è **D**.
Immaginiamo un generico triangolo $ABC$, considerando l'altezza del triangolo $\overline{CH}$, le parallele ad $\overline{AB}$ passanti una per $D$ e l'altra per $E$ formano un fascio di 3 rette parallele, quindi per il teorema di Talete : $\overline{CD} : \overline{CI} = \overline{II'} : \overline{DE} = \overline{HI'} : \overline{EF}$ ($I$ e $I'$ sono i punti di intersezione tra $\overline{CH}$ e le parallele ad $\overline{AB}$ passanti per $D$ e $E$, da cui: $\overline{CD} : \overline{DE} = \overline{DE} : \overline{EF} = \overline{CI} : \overline{II'} = \overline{II'} : \overline{HI'}$, ciò significa che l'altezza del quadrilatero è $\frac{1}{3}\overline{CH}$ e le altezze dei triangoli aventi lato comune $\overline{MN}$ sono congruenti (perché $\overline{MN}$ è equidistante dalle parallele per $D$ e $E$, di conseguenza l'area di $EMDN$ è doppia rispetto a $MNE$ o $MND$)*. $\overline{MN}$ è esattamente $\frac{1}{2}\overline{AB}$*$^2$, per cui $A_{MNE} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \overline{AB} \times \overline{CH} = \frac{1}{12}\overline{AB} \times \overline{CH} = \frac{648cm^2}{12} = 54cm^2$, per cui $A_{EMDN} = 2 \cdot A_{MNE} = 54cm^2 \times 2 = 108cm^2$.

*: sapendo che $\overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF}$ e che il punto medio dei due segmenti è dato dalle intersezioni con la perpendicolare di $\overline{CH}$ passante per il punto medio di quest'ultima, questo si troverà alla stessa distanza dalle due rette parallele ad $\overline{AB}$ passanti per $D$ e $E$ (conseguenza del teorema di Talete).

*$^2$: consideriamo i segmenti $\overline{LM} = \overline{AH}$, $\overline{HF} = \overline{MN}$, $\overline{NO} = \overline{FB}$, possiamo dire che $\overline{LO} = \overline{LM} + \overline{MN} + \overline{NO} = \overline{AH} + \overline{HF} + \overline{FB} = \overline{AB}$, si nota subito che $\overline{MN} = \overline{LO} - \overline{LM} - \overline{NO} = \overline{AB} - \overline{FB} - \overline{AH} = \overline{HF} \implies \overline{AB} - \overline{MN} = \overline{MN} \implies \overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{AB}$.
Problema risolto da gabo.

(8) La risposta corretta è **E**.
Dato che il poligono è convesso, ogni retta che comprende un certo lato divide il piano in due parti, una seconda retta che si interseca con la prima dividerà il piano in altre due parti, quindi per un totale di 4 parti, con un'altra retta ancora abbiamo 6 parti e così via (le rette non devono necessariamente intersecarsi nello stesso punto, vedi figura in basso per maggiore chiarezza), in particolare, conoscendo il numero dei lati, la relazione tra il numero di regioni distinte nel piano e il numero di lati è $c = 2n$ $n, c \in \mathbb{N}$ dove $c$ e $n$ sono rispettivamente le regioni

in cui il piano è diviso e il numero di lati, nel nostro caso: $c = 2n = 18 \cdot 2 = 36$. Se avessimo un poligono regolare di 18 (altrimenti detto ottadecagono regolare), avremmo 9 coppie di rette parallele solo in coppia, quindi ogni altra retta intersecherebbe comunque entrambe le parallele (e viceversa) per cui anche in questo caso, il piano sarebbe diviso in 36 regioni diverse.



(Visualizzazione dell'ottadecagono regolare)
Problema risolto da gabo.

(9) La risposta corretta è **D**.
Prima di iniziare osserviamo che perché una configurazione sia valida, accanto ad un furfante deve trovarsi *almeno* un altro furfante mentre non possono trovarsi cavalieri accanto ad un cavaliere (quindi è impossibile una situazione con solo cavalieri seduti al tavolo, ma è sempre valida una situazione con soli furfanti). Analizzando il tavolo più semplice, composto da sole 3 persone, notiamo che non è possibile una situazione con 2 cavalieri, perché sarebbero necessariamente uno accanto all'altro, ma è possibile una situazione in cui l'unico cavaliere al tavolo siede in mezzo ai due furfanti rimasti. Nel tavolo composto da 4 persone, notiamo che non possono esserci 3 cavalieri perché uno sarebbe necessariamente compreso tra i due; se ci fossero 2 cavalieri, allora si troverebbero uno di fronte l'altro, per cui i furfanti che comprendono i cavalieri al tavolo, sarebbero compresi da essi e starebbero affermando il vero; se ci fosse solo un cavaliere, ogni furfante avrebbe accanto almeno un altro furfante, questa situazione è possibile, per cui attorno a questo tavolo c'è un massimo di un cavaliere. Nel tavolo da 5 persone, se ci fossero 4 cavalieri, ogni cavaliere avrebbe accanto almeno un altro cavaliere e il furfante sarebbe compreso tra 2 cavalieri, per cui si contraddicono le osservazioni fatte in principio; se attorno al tavolo ci fossero 3 cavalieri (e quindi 2 furfanti), uno di loro si troverebbe in mezzo ad un cavaliere e un furfante, il furfante in questione non avrebbe vicini furfanti, dato che se li avesse ogni cavaliere avrebbe almeno un altro cavaliere accanto, la situazione è impossibile; se attorno al tavolo ci fossero 2 cavalieri, un furfante sarebbe compreso tra 2 cavalieri, se non lo fosse, ci sarebbero 2 cavalieri accanto, la situazione è impossibile; con un solo cavaliere al tavolo, ogni furfante avrà sicuramente almeno un furfante vicino (si può concludere ciò facilmente sapendo che il numero di cavalieri è esattamente 1, per cui non possono esserci 2 cavalieri attorno ad un furfante), questa situazione è valida, ad un tavolo di 5 persone, potrà

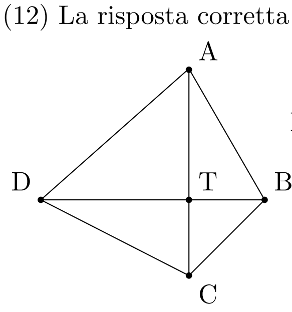
sedere solo un cavaliere. Nel tavolo composto da 6 persone, non possono esserci 5 cavalieri, perché il furfante non potrebbe aver alcun vicino furfante, e ogni cavaliere avrebbe almeno un cavaliere accanto; se ci fossero 4 cavalieri (e quindi 2 furfanti), un cavaliere sarebbe circondato da cavalieri, che a loro volta sarebbero vicini a un cavaliere, il furfante d'altra parte, non avrebbe vicini furfanti, dato che se ne avesse, allora ogni cavaliere sarebbe vicino ad un altro; se ci fossero 3 cavalieri, uno di loro sarebbe accanto ad un altro cavaliere, e questo soggetto occuperebbe un posto accanto ad uno dei 3 furfanti, quel furfante sarà compreso tra 2 cavalieri, perché se non lo fosse, ogni cavaliere sarebbe vicino ad un cavaliere, concludiamo che la situazione è impossibile; se ci fossero 2 cavalieri al tavolo (quindi 4 furfanti), si conclude che i cavalieri dovranno essere uno di fronte l'altro nel tavolo, perché se non lo fossero di fronte ai cavalieri si troverebbero furfanti, quindi, uno dei due furfanti sarebbe compreso tra due cavalieri, nel caso in cui i cavalieri fossero uno di fronte all'altro, ogni furfante avrebbe esattamente un vicino furfante, è possibile che a questo tavolo sieda un massimo di 2 cavalieri. Svolgendo i calcoli, otterremo che al banchetto, c'è un numero massimo $C = 10 \times 1 + 7 \times 1 + 8 \times 1 + 13 \times 2 = 10 + 7 + 8 + 26 = 51$ di cavalieri tra i commensali. Si consiglia di schematizzare la situazione del tavolo passo passo per comprendere al meglio il ragionamento.
Problema risolto da gabo.

(11) La risposta corretta è **E**.
Abbiamo i lati di un parallelepipedo $a, b, c$ nella situazione che segue:

$$\begin{cases} ab = 8dm^2 \\ bc = 40dm^2 \\ ac = 20dm^2 \end{cases}$$

Dalle prime 2 equazioni ricaviamo che $a = \frac{8dm^2}{b}, b = \frac{40dm^2}{c} \implies a = \frac{c}{40dm^2} \times 8dm^2 = \frac{c}{5}$. Sostituiamo $a$ nella terza equazione: $\frac{c^2}{5} = 20dm^2 \implies c = 10dm \implies a = \frac{10dm}{5} = 2dm \implies b = \frac{8dm^2}{2dm} = 4dm \implies V = abc = 2dm \cdot 4dm \cdot 10dm = 80dm^3$.
Problema risolto da gabo.

(12) La risposta corretta è **B**.




NOTA: Questa rappresentazione non è in scala.

Dato che $\overline{AB} = 4cm$, $\overline{BC} = 1cm$, $\overline{CD} = 7cm$, $\overline{DB} \perp \overline{AC}$, tutti i triangoli con un vertice $T$ sono rettangoli (esclusi triangoli degeneri), per cui possiamo applicare il teorema di Pitagora dalle relazioni visibili:

$$\begin{cases} \overline{AT}^2 + \overline{BT}^2 = 16cm^2 \\ \overline{BT}^2 + \overline{CT}^2 = 1cm^2 \\ \overline{CT}^2 + \overline{DT}^2 = 49cm^2 \end{cases}$$

Si vede chiaramente che $\overline{BT}^2 = 16cm^2 - \overline{AT}^2$, allora segue banalmente che $\overline{CT}^2 = 1cm^2 - 16cm^2 + \overline{AT} = \overline{AT}^2 - 15cm^2$, e conseguentemente $\overline{DT} = 49cm^2 + 15cm^2 - \overline{AT}^2$, si può concludere facilmente che $\overline{DT}^2 + \overline{AT}^2 = 49cm^2 + 15cm^2 - \overline{AT}^2 + \overline{AT}^2 = 64cm^2 \implies \overline{DT} = 8cm$, da cui segue che $2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD} = 4cm + 1cm + 7cm + 8cm = 20cm$.
Problema risolto da gabo.