

NOTA: La seguente soluzione potrebbe essere imprecisa, è dunque opportuno ricontrollare le proposizioni ed i conti.

[SOS - MATEMATICA @RebC](#)

Problema:

Mostrare che la seguente matrice quadrata complessa è invertibile e calcolarne l'inversa.

$$\begin{pmatrix} 1+i & 1+i \\ 1+i & 1-i \end{pmatrix}$$

Soluzione:

Una matrice è invertibile se e solo se ha *rango* massimo, in questo caso il rango massimo è 2.

Poiché il rango di una matrice è la dimensione della *base del sottospazio vettoriale delle colonne* di essa, è possibile utilizzare l'algoritmo di *eliminazione di Gauss* per verificare che le colonne siano tutte linearmente indipendenti tra loro, ossia è necessario verificare la presenza, in questo caso, di due *pivot*.

Per evitare calcoli inutili è opportuno applicare direttamente l'*algoritmo di calcolo della matrice inversa*, ossia è necessario aggiungere la *matrice identità* alla matrice iniziale e proseguire tramite l'*eliminazione di Gauss* fin quando risulta rimanere, al posto della matrice iniziale, solamente la diagonale dei *pivot* con valore unitario, ossia una identità.

$$\begin{pmatrix} 1+i & 1+i & 1 & 0 \\ 1+i & 1-i & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Applicando l'*eliminazione*:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{i}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{i}{2} & \frac{i}{2} \end{pmatrix}$$

Poiché è apparsa l'identità nelle posizioni occupate dai valori della matrice iniziale, essa è invertibile.

La matrice inversa della prima si trova al lato destro ed è la seguente:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{i}{2} \\ -\frac{i}{2} & \frac{i}{2} \end{pmatrix}.$$

Nota: I conti sono stati svolti tramite il seguente [sito web](#), essi non sono stati verificati.