

$$f(x) = x\left(\frac{3}{2} - \ln x\right)$$

$$F(x) = \int x\left(\frac{3}{2} - \ln x\right) dx$$

per parti:

$$f: x \Rightarrow f: \frac{x^2}{2}$$

$$g = \frac{3}{2} - \ln x \Rightarrow g' = -\frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{x^2}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} - \ln x\right) + \int \frac{x^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{x}\right) dx =$$

$$\frac{x^2}{2} \left(\frac{3}{2} - \ln x\right) + \frac{x^2}{4} + C =$$

$$x^2 \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) - \frac{x^2}{2} \ln x + C =$$

$$x^2 - \frac{x^2}{2} \ln x + C =$$

$$\boxed{x^2 \left(1 - \frac{\ln x}{2}\right) + C}$$

Cerco i flessi di $F(x)$ studiando la derivata seconda:

$$F'(x) = f(x) = x\left(\frac{3}{2} - \ln x\right)$$

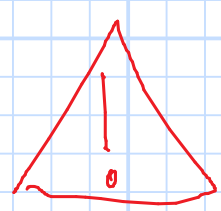
$$F''(x) = \left(\frac{3}{2} - \ln x\right) + x\left(-\frac{1}{x}\right) = \frac{3}{2} - \ln x - 1 = \frac{1}{2} - \ln x$$

$$F''(x) = 0 \Rightarrow \ln x = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{x = e^{\frac{1}{2}}}$$

• $F(e^{\frac{1}{2}}) = e\left(1 - \frac{1}{4}\right) + C = \frac{3}{4}e + C$ quindi la retta tangente cercata passa per $(e^{\frac{1}{2}}, \frac{3}{4}e + C)$

• il coeff angolare della retta tangente è $f'(e^{\frac{1}{2}}) = e^{\frac{1}{2}}\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right) = e^{\frac{1}{2}}$

• $f(x) \cap \text{asse } x: f(x) = 0 \Rightarrow x\left(\frac{3}{2} - \ln x\right) = 0 \Rightarrow x = 0 \cup x = e^{\frac{3}{2}}$



Qui però secondo me c'è un errore nel testo dell'esercizio perché $x=0 \notin \text{CE di } f(x)$

Quindi $m = e^{\frac{1}{2}} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\frac{3}{4}e + C - 0}{e^{\frac{1}{2}} - e^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow$

$$\frac{\frac{3}{4}e + C}{e^{\frac{1}{2}}(1 - e)} = e^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{3}{4}e + C = e(1 - e) \Rightarrow C = e - e^2 - \frac{3}{4}e = \frac{1}{4}e - e^2$$

quindi $\boxed{C = \frac{e}{4} - e^2}$

per tanto $F(x)$ cercata è: $F(x) = x^2\left(1 - \frac{\ln x}{2}\right) + \frac{e}{4} - e^2$