$f(x) = x\left(\frac{3}{2} - \ln x\right)$

$F(x) = \int x\left(\frac{3}{2} - \ln x\right)dx$

per parti:

$f' : x \Rightarrow f : \frac{x^2}{2}$

$g = \frac{3}{2} - \ln x \Rightarrow g' = -\frac{1}{x}$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{x^2}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} - \ln x\right) + \int \frac{x^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{x}\right) dx =$$

$$\frac{x^2}{2}\left(\frac{3}{2} - \ln x\right) + \frac{x^2}{4} + C =$$

$$x^2\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) - \frac{x^2}{2}\ln x + C =$$

$$x^2 - \frac{x^2}{2}\ln x + c =$$

$$\boxed{x^2\left(1 - \frac{\ln x}{2}\right) + C}$$

Cerco i flessi di $F(x)$ studiando la derivata seconda:

$$F'(x) = f(x) = x\left(\frac{3}{2} - \ln x\right)$$

$$F''(x) = \left(\frac{3}{2} - \ln x\right) + x\left(-\frac{1}{x}\right) = \frac{3}{2} - \ln x - 1 = \frac{1}{2} - \ln x$$

$$F''(x) = 0 \Rightarrow \ln x = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{x = e^{1/2}}$$

- $F(e^{1/2}) = e\left(1 - \frac{1}{4}\right) + c = \frac{3}{4}e + c$ quindi la retta tangente cercata passa per $\left(e^{1/2}, \frac{3}{4}e + c\right)$

- il coeff angolare della retta tangente è $f(e^{1/2}) = e^{1/2}\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right) = e^{1/2}$

- $f(x) \cap$ asse x : $f(x) = 0 \Rightarrow x\left(\frac{3}{2} - \ln x\right) = 0 \Rightarrow x = 0 \;\cup\; x = e^{\frac{3}{2}}$

Qui però secondo me c'è un errore nel testo dell'esercizio perché $x = 0 \notin CE$ di $f(x)$

Quindi $$m = e^{\frac{1}{2}} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\frac{3}{4}e + c - 0}{e^{1/2} - e^{3/2}} \Rightarrow$$

$$\frac{\frac{3}{4}e + c}{e^{1/2}(1 - e)} = e^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{3}{4}e + c = e(1 - e) \Rightarrow c = e - e^2 - \frac{3}{4}e = \frac{1}{4}e - e^2$$

quindi $\boxed{c = \frac{e}{4} - e^2}$

pertanto $F(x)$ cercata è: $F(x) = x^2\left(1 - \frac{\ln x}{2}\right) + \frac{e}{4} - e^2$