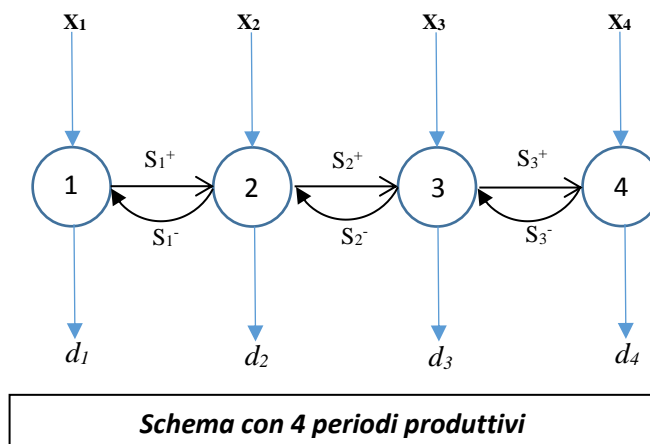


Sono date le seguenti funzioni di costo di produzione, di stoccaggio (holding) e di backloging risolvere il problema di programmazione della produzione illustrato in figura.

Funzione di costo di produzione	Holding	Backlogging	Domanda
$C_1(X_1) = 7\delta(X_1) + \left\lceil \frac{gg}{10} + 1 \right\rceil X_1$ $C_1(X_1) = 7\delta(X_1) + \left\lceil \frac{27}{10} + 1 \right\rceil X_1$ $C_1(X_1) = 7\delta(X_1) + 4X_1$	$h_1(S_1^+) = 3S_1^+$	$b_1(S_1^-) = 2S_1^-$	$d_1 = gg$ $d_1 = 27$
$C_2(X_2) = 6\delta(X_2) + 3X_2$	$h_2(S_2^+) = 2S_2^+$	$b_2(S_2^-) = S_2^-$	$d_2 = 2 \cdot mm = 2 \cdot 4 = 8$
$C_3(X_3) = \left\lceil \frac{mm}{2} + 2 \right\rceil \delta(X_3) + 2X_3$ $C_3(X_3) = \left\lceil \frac{4}{2} + 2 \right\rceil \delta(X_3) + 2X_3$ $C_3(X_3) = 4\delta(X_3) + 2X_3$	$h_3(S_3^+) = name \cdot S_3^+ = 2S_3^+$	$b_3(S_3^-) = 3S_3^-$	$d_3 = 6$
$C_4(X_4) = 5\delta(X_4) + X_4$			$d_4 = matr + 3 = 9 + 3 = 12$



Con *gg* si intende il giorno di nascita e con *mm* il mese così come indicato nel proprio documento d'identità. Il simbolo  $\lceil \cdot \rceil$  indica l'intero superiore. Il coefficiente *name* è dato da:

$$name = \begin{cases} 1 & \text{se il proprio cognome termina con la lettera 'a' oppure con la lettera 'e'} \\ 2 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Il coefficiente *matr* è dato dall'ultima cifra del proprio numero di matricola.

Calcoliamo la matrice  $M(j,k)$  nell'intervallo produttivo  $\{j, \dots, k\}$  con  $k = 4$

$$M(1,1) = C_1(d_1) = 7 + 4(27) = 115$$

$$\begin{aligned}
 M(1,2) &= \min \{C_1(d_1 + d_2) + h_1(d_2); C_2(d_1 + d_2) + b_1(d_1)\} \\
 &= \min \{7 + 4(27+8) + 3(8); 6 + 3(27 + 8) + 2(27)\} \\
 &= \min \{171; 165\} = 165
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M(1,3) &= \min \{C_1(d_1 + d_2 + d_3) + h_1(d_2 + d_3) + h_2(d_3); C_2(d_1 + d_2 + d_3) + h_2(d_3) + \\
 &\quad b_1(d_1); C_3(d_1 + d_2 + d_3) + b_2(d_1 + d_2) + b_1(d_1)\} \\
 &= \min \{7 + 4(27 + 8 + 6) + 3(8+6) + 2(6); 6 + 3(27 + 8 + 6) + 2(6) + 2(27); 4 + 2(27 + 8 \\
 &\quad + 6) + 1(27 + 8) + 2(27)\} = \min \{225; 195; 175\} = 175
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{M(1,4)} = \min \{ C_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) + h_1(d_2 + d_3 + d_4) + h_2(d_3 + d_4) + h_3(d_4);$$

$$C_2(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) + b_1(d_1) + h_2(d_3 + d_4) + h_3(d_4);$$

$$C_3(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) + b_2(d_1 + d_2) + b_1(d_1) + h_3(d_4);$$

$$C_4(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) + b_3(d_1 + d_2 + d_3) + b_2(d_1 + d_2) + b_1(d_1) \}$$

$$= \min \{ 7 + 4(27 + 8 + 6 + 12) + 3(8 + 6 + 12) + 2(6 + 12) + 2(12);$$

$$6 + 3(27 + 8 + 6 + 12) + 2(27) + 2(6 + 12) + 2(12);$$

$$4 + 2(27 + 8 + 6 + 12) + 1(27 + 8) + 2(27) + 2(12);$$

$$5 + 1(27 + 8 + 6 + 12) + 3(27 + 8 + 6) + 1(27 + 8) + 2(27) \}$$

$$= \min \{ 357; 279; 223; 270 \} = 223$$

$$\mathbf{M(2,2)} = C_2(d_2) = 6 + 3(8) = 30$$

$$\mathbf{M(2,3)} = \min \{ C_2(d_2 + d_3) + h_2(d_3); C_3(d_2 + d_3) + b_2(d_2) \} = \min \{ 6 + 3(8 + 6) + 2(6); 4 + 2(8 + 6) + 1(8) \}$$

$$= \min \{ 60; 40 \} = 40$$

$$\mathbf{M(2,4)} = \min \{ C_2(d_2 + d_3 + d_4) + h_2(d_3 + d_4) + h_3(d_4); C_3(d_2 + d_3 + d_4) + b_2(d_2) + h_3(d_4);$$

$$C_4(d_2 + d_3 + d_4) + b_3(d_2 + d_3) + b_2(d_2) \}$$

$$= \min \{ 6 + 3(8 + 6 + 12) + 2(6 + 12) + 2(12); 4 + 2(8 + 6 + 12) + 1(8) + 2(12);$$

$$5 + 1(8 + 6 + 12) + 3(8 + 6) + 1(8) \}$$

$$= \min \{ 144; 88; 81 \} = 81$$

$$\mathbf{M(3,3)} = C_3(d_3) = 4 + 2(6) = 16$$

$$\mathbf{M(3,4)} = \min \{ C_3(d_3 + d_4) + h_3(d_4); C_4(d_3 + d_4) + b_3(d_3) \}$$

$$= \min \{ 4 + 2(6 + 12) + 2(12); 5 + 1(6 + 12) + 3(6) \}$$

$$= \min \{ 64; 41 \} = 41$$

$$\mathbf{M(4,4)} = C_4(d_4) = 5 + 1(12) = 17$$

Matrice  $\mathbf{M(j,k)}$

$M(j,k)$	1	2	3	4
1	115	165	175	223
2		30	40	81
3			16	41
4				17

Applichiamo la formula ricorsiva  $F_k = \min_{j=1,\dots,k} \{F_{j-1} + M(j,k)\}$

$$F_1 = M(1,1) = 115$$

$$F_2 = \min \{M(1,2); M(2,2) + F_1\} = \min \{165; 30 + 115\} = \min \{165; 145\} = 145$$

$$F_3 = \min \{M(1,3); M(2,3) + F_1; M(3,3) + F_2\} = \min \{175; 40 + 115; 16 + 145\} = \min \{175; 155; 161\} = 155$$

$$F_4 = \min \{M(1,4); M(2,4) + F_1; M(3,4) + F_2; M(4,4) + F_3\} = \min \{223; 81 + 115; 41 + 145; 17 + 155\} = \\ = \min \{223; 196; 186; 172\} = 172$$

La soluzione ottima è 172

$$F_1 = 115$$

$$F_2 = 145$$

$$F_3 = 155$$

$$F_4 = 172$$